

# Une Métaphore Mathématique

## du principe de précaution

JEAN-PIERRE AUBIN

Université de Paris-Dauphine

Le propos de cet article est de coupler le principe de précaution avec le principe d'inertie auquel sont soumis nombre de systèmes formés d'êtres vivants évoluant de façon non déterministe, et même, de façon non stochastique.

Tout d'abord, il nous faut s'accorder au sens à donner au terme de précaution. Dans le dictionnaire Petit Robert, nous lisons : *précaution*, de *praecavere*, prendre garde, disposition prise pour s'éviter un mal ou en atténuer l'effet. Les organisateurs d'un colloque sur le principe de précaution qui s'est réuni en 1994 précisent ce sens comme suit : *Il peut être justifié — ou il est impératif — de limiter, encadrer ou empêcher certaines actions potentiellement dangereuses sans attendre que ce danger soit scientifiquement établi de façon certaine*. Je vais tenter de prendre en compte les significations données à ce mot compatible avec une formalisation mathématique qui restera sous-jacente.

Afin d'étudier le principe de précaution dans le cadre d'un système dont on aura au préalable décrit les variables, il faudra nécessairement

1. définir l'ensemble des états **dangereux**, et son complémentaire, l'ensemble des états **viables**,
2. diviser les variables en (au moins) deux catégories :
  - (a) celles sur lesquelles agissent des acteurs identifiés, appelées variables d'état, ou en bref, états
  - (b) celles sur lesquelles n'agissent aucun acteur, les variables de régulation, appelées **régulons**

Table 1: Etats et Régulons dans divers systèmes

Domaine	Etat	Régulon	Viabilité	Acteurs
Economie	biens physiques	biens fiduciaires	rareté	agents économiques
génétique	phénotype	génotype	viabilité	métabolisme biochimiques
sociologie	humeurs des individus	codes culturels	sociabilité	individus
cogni-sciences	état sensori-moteur	codes conceptuels	adaptabilité	organismes

Les **états** sont par exemple les phénotypes en biologie, les biens économiques en économie, les comportements des individus en sociologie, les états sensorimoteurs en sciences cognitives. Les **états évoluent en fonction de régulons** que sont par exemple les **génotypes** en biologie, les **prix** en économie, les **codes culturels** en sociologie et les **concepts** en sciences cognitives.

On appelle ici **macrosystème** un organisme dont les variables descriptives sont réparties en états et en régulons.

Il faut donc s'entendre sur la notion de danger, de pollution. Car ce qui est dangereux pour les uns peut être avantageux pour les autres. Les algues bleu-vertes (cyanobactéries), par exemple, ont transformé par photosynthèse il y a plus de 3 milliards d'années l'atmosphère de méthane et d'ammoniaque qui entourait notre planète à cette époque en l'atmosphère oxygénée dans laquelle nous respirons : par rapport à quel critère (anthropomorphique) peut-on dire que ce premier exemple de pollution à grande échelle sans lequel nous n'existerions pas allait dans le sens du progrès ?

Tout ce qui s'est produit pendant ces longues années n'était-il qu'une prélude à notre orgueilleuse apparition ?

La viabilité d'un système peut exiger la disparition de sous-systèmes ...

En poursuivant l'analyse de cet exemple, on s'est aperçu que l'oxygène, qui était toxique pour les organismes anaérobies, n'était à ce moment présent qu'à l'état de traces. On pense qu'une protéine ancestrale aurait eu pour fonction de fixer l'oxygène pour le neutraliser. Ce n'est qu'ensuite qu'elle aurait

évolué vers l'hémoglobine de notre sang et les autres pigments transportant l'oxygène pour les organismes aérobies, jouant un rôle différent de sa mission première.

C'est un bel exemple de récupération opportuniste d'un mécanisme conçu pour des fins qui n'étaient plus les siennes, qui conduit à s'interroger sur les limites du principe de précaution. On pourrait multiplier les exemples de détournement de fonctions dans les divers systèmes formés d'êtres vivants.

## 1 Les contraintes de viabilité

Les systèmes formés d'organismes vivants, en évoluant, modifient en effet leur environnement, consommant des ressources rares, produisant des déchets. On regroupe ces phénomènes sous le nom de contraintes de viabilité. Car le système doit constamment s'adapter à de telles contraintes, au risque de mourir, de disparaître en tant que tel lorsqu'elles sont violées.

“La vie est le résultat du contact de l'organisme et du milieu, ... nous ne pouvons la comprendre avec l'organisme seul, pas plus qu'avec le milieu seul”. (Claude Bernard)

Les organismes et organisations formés d'êtres vivants “luttent” pour rester en vie. Mais comment ?

Si l'on suppose qu'il y a des acteurs<sup>1</sup> agissant sur toutes les commandes du système en vue d'une optimisation intertemporelle, comme dans les mécanismes conçus et construits par les êtres humains, une théorie mathématique comme celle du “contrôle optimal” ou celle des “jeux différentiels” pourrait fort bien fournir une métaphore mathématique convaincante de l'évolution

---

<sup>1</sup>Nombreux sont pourtant les candidats imaginaires à prétendre à la fonction d'omniscient pilote de régulateurs : Dieux et divinités, diables et démons, créés à leurs images, mais en négatif, si nombreux qu'il est impossible de les citer tous (Abigor, Amon, Bélial, Belphégor, Belzébuth, ... pour ne citer que les premiers démons de l'annuaire judéo-chrétien), virils incubes et charmantes succubes, anges gardiens ou anges déchus, archanges, séraphins et chérubins, Eons, Archontes, astres, fortune, destin, devins, pythies, sybilles, auspices, augures, fées, lutins, génies, totems, fétiches, larses, mânes, pénates, Mercure des alchimistes et des hermétiques, Idées platoniciennes, élan vital bergsonien, talentueux Horloger de Paley, Marché, main invisible d'Adam Smith, prophètes, providence, Weltgeist hegelien, sens de l'histoire, masses, âmes, esprits, monades, homunculus, ... On ne bride pas la poésie et le lyrisme, l'invention féerique pour donner un sens à un monde qui en est tellement privé.

de tels organismes et organisations.

Cependant, de tels principes téléologiques exigent implicitement

1. la présence de **commandes de pilotage** (et non plus de simples régulons) sur lesquelles agissent un acteur (ou un petit nombre d'acteurs dans le cas des jeux différentiels),
2. une connaissance des lois **déterministes** qui relient ces contrôles à l'évolution de l'état,
3. un accord sur le choix du critère d'optimalité intertemporel (ou de plusieurs critères),
4. une **connaissance du futur**<sup>2</sup> qui seule permet de définir les critères d'optimalité intertemporels<sup>3</sup>,
5. que les décisions soient prises une fois pour toutes à l'instant initial.

Mais s'il n'y a plus d'acteurs agissant sur les régulons, il devient **impossible de prévoir et ensuite, de prédire l'évolution future** du système, laissant ainsi la place à un hasard que la science s'est donné pour mission de traquer. On se doit donc de chercher une autre métaphore mathématique d'essence plus darwinienne, faisant appel à d'autres outils<sup>4</sup>.

---

<sup>2</sup>“Connaître” un événement (imaginaire) futur revient donc à le translater dans le temps et à vérifier son invariance, ce qui signifie que l'on peut soit **l'expérimenter**, soit le créer à volonté. C'est ce qui se passe en physique. Mais translations dans le futur peuvent s'opérer dans le seul milieu culturel, de sorte que des expériences intellectuelles ou spirituelles donnent à la prédiction de l'avenir une réalité proportionnelle au groupe de ceux qui y portent foi.

<sup>3</sup>Le caractère intertemporel du critère d'optimisation présente le grand avantage de reporter sagement à la fin des temps le jugement (dernier) du caractère optimal de l'évolution effectivement réalisée !

<sup>4</sup>Il serait paradoxal de ne réserver qu'aux **systèmes simples de la physique des explications complexes**, utilisant des outils mathématiques de plus en plus difficiles d'accès, et de ne proposer que des explications simples, monistes, aux systèmes complexes qui font intervenir la vie de leurs acteurs. On ne peut donc pas espérer obtenir des métaphores mathématiques beaucoup plus abordables que celles utilisées pour rendre compte des phénomènes physiques. Plus complexes que ceux de la physique, les systèmes formés d'êtres vivants vont exiger au contraire des outils mathématiques spécifiques, probablement plus sophistiqués que ceux qui sont disponibles à l'heure actuelle.

La notion de danger délimite l'ensemble des états non dangereux, appelés “viables”. Demeurer loin du danger, c'est à dire, rester dans l'ensemble des états viables, tel est l'objectif de la théorie de la viabilité<sup>5</sup>.

## 2 Viabilité floue

Au lieu de chercher des solutions optimales, on cherchera à caractériser des évolutions viables, c'est-à-dire des évolution qui obéissent à chaque instant aux contraintes.

Encore faut-il connaître ces contraintes, “*qui ne sont pas toujours scientifiquement établies*”. D'autant qu'un mode de régulation familier — surtout des bureaucrates — consiste souvent à résoudre un problème singulier par des contraintes globales.

On pourra toujours utiliser une variante de la notion d'ensemble flou pour représenter ces contraintes mal connues (mais de façon à pouvoir démontrer des ... théorèmes) ! L'idée est très simple : on définit un coût d'appartenance à un ensemble flou, variant de 0 à l'infini, coût nul si l'on appartient au “noyau dur de l'ensemble flou”, coût infini si l'on n'y appartient pas, la frontière floue étant formée des éléments dont le coût est fini et strictement positif.

La zone “potentiellement dangereuse” est alors formée de la frontière floue de l'ensemble contraint flou.

## 3 Précaution et foisonnement des possibilités

Que nous dit la théorie ? Elle permet tout d'abord de caractériser les contraintes de viabilité compatibles avec une dynamique incertaine au sens où de

---

<sup>5</sup>La théorie de la viabilité est le thème d'un essai en préparation intitulé *La mort du devin, l'émergence du demiurge*. Son propos est de divulguer auprès d'un large public cette théorie mathématique motivée par les traits communs partagés par nombre de systèmes biologiques, économiques, sociaux et culturels, systèmes formés d'êtres vivants. La théorie mathématique générale est exposée dans *Viability Theory*, (1991) Birkhäuser. Cette théorie s'appuie sur des résultats de l'analyse multivoque (qu'elle a motivés en grande partie) exposés dans *Set-Valued Analysis* d'Hélène Frankowska et l'auteur, (1990) Birkhäuser. L'ouvrage *Dynamic Economic Theory: A Viability Approach* est consacré à la version “économique” de la théorie de la viabilité et *Neural Networks and Qualitative Physics: A Viability Approach* applique à certains domaines de l'Intelligence Artificielle les outils de l'analyse multivoque et de la théorie de la viabilité.

tout état initial part au moins une évolution viable parmi toutes les évolutions possibles. Sinon, elle permet d'affirmer l'existence et de calculer le plus grand ensemble de viabilité en dehors duquel toutes les évolutions violent les contraintes en temps fini.

Ensuite, elle permet de calculer les rétroactions <sup>6</sup> du système qui maintiennent la viabilité du système. En fait, nous utiliserons des **rétroactions non déterministes et floues** associant à chaque état un **ensemble flou** de régulons. Très souvent, ces rétroactions sont posées comme **primitives**, comme points de départ. Ici, ces rétroactions seront des **réponses** à des questions posées, des phénomènes **dérivés**.

La connaissance de ces rétroactions, qui très souvent ne sont pas déterministes, et ici peuvent même être floues, permet d'expliquer — et éventuellement, de corriger — les nombreux effets pervers, paradoxaux ou inattendus. Ceux-ci sont souvent causés par des raisonnements statiques ignorant les mécanismes d'évolution, cherchant désespérément des équilibres là où il ne peut en exister, des décisions optimales plutôt que des décisions prises à temps. Ils peuvent résulter d'une optimisation de critères intertemporels là où la myopie des acteurs permet au mieux des optimisations instantanées, remises en cause à chaque instant.

Ces rétroactions permettent donc de mettre en œuvre le principe de précaution, en associant à chaque état le **plus grand** ensemble (éventuellement flou) de régulons viables, traduisant l'adage bien connu des politiciens qui gardent plusieurs fers aux feux afin de ne pas injurier l'avenir. Les systèmes formés d'êtres vivants ont en effet souvent tendance à créer et entretenir leur propre variabilité, en multipliant les possibles, les combinant, les entrecroisant. Nombreux sont les exemples de gaspillage apparent, de variabilité croissante, d'investissement dans la flexibilité qui s'opposent à la tendance de

---

<sup>6</sup>Un système "ouvert" est, sous sa forme générale, un système entrée-sortie (input-output) associant à toute entrée (ici, un régulon) une sortie (ici un état) par un mécanisme connu ou non. Une **rétroaction** est une loi "sortie-entrée" qui "ferme" ou "boucle" le système au sens suivant : une entrée produit une sortie qui elle-même produit une entrée, de sorte que le système ainsi fermé (ou bouclé) ait un sens. Ce concept de rétroaction a fait le succès de la théorie des systèmes, en permettant de surmonter l'absence de relations directes de causes à effets, lorsque ces derniers ont le mauvais goût de rétroagir sur les causes. Les biologistes décrivent par **épigénèse** l'évolution de l'organisme qui résulte de l'interaction des gènes et de l'environnement, qui n'est pas dictée comme une suite d'instructions, mais plutôt comme un code formé de règles de rétroaction "si ..., alors ..." énonçant comment l'organisme peut — ou doit — réagir aux modifications de l'environnement.

nos cerveaux à chercher un ou des critères “utilitaires” que la nature tenterait d’optimiser. Pour apprendre à s’adapter, les macrosystèmes doivent se structurer de façon lamarckienne, et pour se structurer, **doivent d’abord accroître leur redondance et ensuite, éliminer, de façon darwinienne.** Cette propriété redondance croissante a été qualifiée sous des noms variés selon les disciplines. C’est ce que les biologistes appellent maintenant une **évolution en buisson**, à partir de laquelle l’évolution pourra sélectionner. Si l’environnement ne se prête pas naturellement à cette variabilité, ces systèmes y pourvoient eux mêmes en suppléant d’autres régulons. C’est l’**investissement dans la flexibilité** chère aux économistes, par la multiplication des produits et des schémas d’organisation, ou par l’introduction de biens fiduciaires qu’est la monnaie et tout autre système de promesses. Ce sont le polymorphisme en génétique, multiplié par la reproduction sexuée, le pléiotropisme en biologie moléculaire, qui permettent à plusieurs gènes (ou combinaison de gènes) de coder une même molécule, etc. Ce sont la multiplication des hypothèses, les mécanismes de tâtonnement et d’exploration des individus et la “vicariance” en psychologie cognitive.

## 4 Le principe d’inertie

Ces régulons, **génotypes, prix, codes culturels et concepts** dans les exemples cités, laissés à eux mêmes, auront donc tendance à demeurer constants la plupart du temps, ce qui n’empêche pas les états du système d’évoluer.

On introduit alors le concept de **niche de viabilité** d’un régulon, qui est l’ensemble des états du macrosystème qui sont régulés par ce régulon lorsqu’il est maintenu constant. La niche de viabilité d’un régulon peut être vide, auquel cas le régulon devra être changé lorsque l’état du système violera les contraintes de viabilité. Partant de la niche de viabilité d’un régulon, au moins une évolution du macrosystème peut (mais ne doit pas) évoluer dans cette niche en ne changeant pas le régulon initial.

En respectant le principe d’inertie, les régulons ne se mettent en mouvement que lorsqu’une “crise de viabilité” survient, et ce, jusqu’à ce que la viabilité soit rétablie et “stabilisée”.

Le principe d’inertie explique ce que les paléontologues tels Eldredge et Gould appellent les **équilibres intermittents** (punctuated equilibria). Loin d’être toujours continue, comme le croyaient jusqu’à une date récente les biol-

ogistes, l'évolution de certaines composantes biologiques est discontinue : elle a tendance à rester constante et à ne se modifier que brutalement, en faisant foisonner pendant de brèves périodes de nombreuses espèces parmi lesquelles seules survivront celles qui se révéleront viables en fonction des contraintes. C'est ce foisonnement, cet agrandissement préalable de l'ensemble des états possibles *a priori*, qui traduit la précaution empruntée par les systèmes vivants qui auront à choisir une stratégie de survie possible. Cela se traduit au niveau génétique par l'addition et le remaniement de nouveaux matériels génétiques dont les phénotypes qu'ils régissent sont ensuite confrontés aux contraintes environnementales, et ceci, sans jamais faire table rase du passé.

Ce principe peut être admis dans les macrosystèmes où les acteurs sont trop nombreux pour avoir accès individuellement aux commandes du système, où le système est régulé par une entité transcendant la collectivité des acteurs.

Le principe d'inertie tend à rendre discontinues les variations, discontinuités qui sont sous-jacentes au concept d'innovation, émergence, etc. Il implique une régulation par crises, faillites, guerres, conversions, révolutions, équilibres intermittents, etc.

Cela ne suffit pas encore à réduire complètement l'incertitude : il faut découvrir des mécanismes qui obéissent à ce principe d'inertie. Le plus simple est celui qui consiste à choisir parmi tous les régulons viables celui qui a la plus petite vitesse, le plus paresseux. Les évolutions viables correspondantes seront qualifiées de lourdes. Elles ont la propriété d'accrocher (lock-in en anglais) la niche de viabilité d'un régulon : lorsque l'évolution lourde d'un état le conduit dans la niche de viabilité d'un régulon, alors ce dernier devient constant et l'état demeure à jamais dans sa niche. Il y aura bien "stabilisation sélective" de ce régulon.

Lorsqu'il y a plusieurs catégories de régulons, on obtient des mécanismes de régulation viables en classant les régulons par inertie croissante, selon un principe d'inertie hiérarchique. Lorsque la viabilité est en jeu, seul le régulon le plus "léger" évolue, les autres demeurant constants tant que la viabilité est assurée. Sinon, le second se met à son tour en branle, et ainsi de suite. On obtient ainsi une "régulation en cascade".

## 5 Irréversibilité de l'évolution

Le principe d'inertie peut donc impliquer l'irréversibilité de l'évolution. Il enseigne

également qu'il n'y a pas de choix optimaux, mais décisions prises à temps.

Supposons en effet qu'à un moment donné, un régulon viable parmi d'autres ait été trouvé et stabilisé. Le principe d'inertie interdit d'en chercher un autre tant que la viabilité n'est pas en jeu. Puisque durant ce temps, l'état évolue, il ne sera plus forcément possible, lorsque la viabilité devient menacée, de choisir un autre régulon qu'il eut été possible de mettre en œuvre au moment où le choix s'est cristallisé.

Le regroupement des variables en états et régulons permet de différencier deux types d'évolution. L'un, **rapide**, portant sur les états, l'autre **lent**, le plus lent possible dans le cas des évolutions lourdes, portant sur les régulons.

Tant que la viabilité n'est pas en jeu, le principe d'inertie implique que les régulons n'évoluent pas. Le principe d'inertie nous aide donc à repérer des structures, pérennes tant que la viabilité n'est pas en jeu. L'aspect de permanence, qui s'identifie à celui de solidité, de robustesse, de structure, de ce quelque chose qui résiste au passage du temps, à l'outrage des ans, repère ce qui dans de nombreuses sciences est qualifié de **structure**.

Dégager des structures revient donc à repérer les composantes de ce système qui n'évoluent pas pendant certaines périodes.

En sélectionnant des évolutions viables lourdes, par exemple, on fait donc émerger de la confrontation de la dynamique d'un système et des contraintes qui lui sont imposées un mécanisme d'évolution opportuniste, conservateur et paresseux.

Ces considérations qui peuvent sembler un peu abstraites peuvent être brièvement illustrées dans le cas des macrosystèmes biologiques et des macrosystèmes culturels :

## 6 Macrosystèmes biologiques

On distingue dans un organisme biologique évoluant dans un environnement donné son **phénotype** de son **génotype**.

La définition du **phénotype** que je propose ici, est la partie de l'organisme qui interagit avec l'environnement externe à l'organisme.

Naturellement, tout dépend de ce qu'on appelle environnement et de la frontière — arbitraire, mais souvent justifiée — que l'on dessine entre organisme et environnement pour définir le macrosystème afin d'étudier son évolution.

Le **génotype** regroupe l'ensemble des gènes régissant l'évolution d'un organisme (**ontogénèse**). Le **dogme central** de la génétique affirme qu'il n'y a pas d'instruction de retour du phénotype sur le génotype. Les caractères acquis par les phénotypes ne sont pas héréditaires. Les erreurs qui se manifestent sur le phénotype et non sur le génotype ne sont pas transmises aux descendants.

En fait, l'évolution de l'organisme n'est pas univoquement déterminée par le génotype, car ce dernier rétroagit continuellement sur son environnement. Cette interaction est appelée **épigénèse** par les biologistes. C'est pour cette raison que je propose d'appeler **régulons géniques** les mécanismes dynamiques responsables de l'ontogénèse de l'organisme et de ses rétroactions avec l'environnement, c'est-à-dire d'ensembles de règles du type : "si l'environnement est dans tel état, alors tels et tels gènes ou combinaisons de gènes déclencheront telles et telles réactions sur l'environnement".

La reproduction (sexuée ou non) des organismes est un moteur de l'évolution des gènes par le truchement des organismes. Lorsqu'ils meurent après s'être prolongés par le biais de la reproduction, les organismes ont transmis à leurs descendants une part de leurs régulons géniques.

Ils transmettent également ces régulons géniques par le biais de mécanismes éthologiques, particulièrement, par le mécanisme de l'empreinte éthologique découverte par Konrad Lorenz chez les oies cendrées, et que l'on a observé depuis dans de nombreuses espèces animales : dans les espèces animales où les jeunes sont capables de marcher presque immédiatement après la naissance, les nouveaux-nés suivent le premier objet mobile qu'ils perçoivent, quelque'il soit (d'habitude, sauf intervention perverse d'un éthologiste ou autre événement exceptionnel, c'est un des parents). De même, les mères ne peuvent reconnaître leurs enfants que pendant une brève période suivant l'accouchement grâce à quelques signaux sensoriels, et pourront reconnaître tout autre objet ou animal émettant ces signaux spécifiques qui serait présent à ce moment. Des circuits de communication "clé-serrure" éthologiques sont programmés entre organismes et fonctionnent pendant une durée déterminée. L'empreinte conditionne donc les animaux qui y sont sujets — en particulier, les animaux migrants — à enregistrer leur environnement afin de retrou-

ver leurs partenaires au moment de la période reproductive, comme l'illustre l'essai *Obstinate Nature* de Philippe Cury. Ici encore, ce mécanisme est de nature épigénétique, puisque l'environnement fournit à ces animaux les instructions nécessaires à la reproduction sexuée. Pour ces organismes, des régulons environnementaux s'ajoutent aux régulons géniques. On peut d'ailleurs se demander si ce mécanisme de l'empreinte n'est pas un mécanisme "cognitif" au sens large qui s'exprime sous des formes atténuées dans des mécanismes de reconnaissance.

Dans les deux cas, les erreurs de réplication au niveau de l'ADN (par les mutations) ou d'enregistrement de la perception de l'environnement lors de l'empreinte augmentent, au niveau de la population, la panoplie des régulons géniques et environnementaux disponibles. Ils pourront ensuite être triés ou non à l'aide des contraintes de viabilité. Si celles-ci ne varient pas, les erreurs seront impitoyablement détruites. Si, par contre, pour quelque raison, les contraintes de viabilité sont modifiées (elles évoluent plus ou moins vite selon les milieux sur lesquelles elles pèsent), les phénotypes régulés par ces nouveaux régulons géniques ou environnementaux pourront s'y adapter et permettre à la population de s'adapter.

A ce niveau d'abstraction, les états du macrosystème décrivant l'évolution des espèces sont les **phénotypes** et les régulons les **régulons géniques**.

Dans le cas des macrosystèmes biologiques, la loi de régulation contribue à justifier à ce niveau d'abstraction comment l'environnement auquel l'organisme doit s'adapter rétroagit sur l'évolution des régulons géniques des organismes dans la phylogénèse. La loi de régulation sélectionne ceux des organismes dont les régulons géniques sont viables par rapport aux contraintes de viabilité auxquelles leur phénotype est confronté.

La loi de régulation décrit bien un mécanisme darwinien, sélectif et non instructionniste, qui trouve ici une justification par une métaphore mathématique, tout en réconciliant un point de vue en quelque sorte lamarckien, puisque l'environnement rétroagit sur les régulons géniques et le principe d'inertie explique dans le cadre de l'évolution des espèces la notion d'**équilibre ponctué** ou **intermittent**.

L'évolution est-elle continue ou discontinue ? Celle des phénotypes est-elle graduelle et celle des régulons géniques discontinue ? Est-on seulement en présence de vitesses d'évolution différentes des phénotypes et des génotypes ? Le débat entre gradualisme et "ponctualisme" continue à faire rage. Est-ce simplement une affaire d'échelle de temps ?

Une étude menée en 1980 par Williamson au lac Turkana (ou lac de Jade, anciennement lac Rudolf), au nord du Kenya, a analysé près de dix mille membres d'une dizaine d'espèces de mollusques extraits de strates témoignant d'une histoire de trois millions d'années. Elle a montré que par deux fois seulement, il y a deux millions d'années et 500.000 ans, lors de périodes fort brèves au regard du temps géologique, ces espèces ont évolué en grand nombre, certaines n'ayant pas survécu. Elle a également montré que le niveau du lac a changé considérablement pendant ces périodes.

Ce seraient donc des "crises" portant sur les phénotypes qui auraient été la cause de sélections innovantes sur les génotypes, qui eux, sans modification des contraintes de viabilité, auraient tendance à ne pas évoluer.

Le phénomène de l'empreinte contribue à maintenir l'inertie de l'évolution éthologique des comportements, et par là, de l'évolution biologique des organismes qui y sont soumis. Dans son essai *Obstinate nature* sur l'éthologie, Philippe Cury propose l'hypothèse de *l'éternel retour*, expression inspirée du titre du célèbre ouvrage de Mircea Eliade. Tout organisme "enregistre" au début de sa vie les perceptions de l'environnement qu'il utilisera lors de sa vie adulte pour choisir les lieux de reproduction et reconnaître ses partenaires sexuels. C'est un mécanisme conservateur, qui fixe à chaque génération les conditions écologiques propices à la reproduction et par suite, à la préservation de l'espèce. En effet, les organismes "obstinés" ne s'adaptent pas eux-mêmes aux variations de l'environnement. C'est ainsi que l'éthologie et l'écologie retentissent sur l'évolution des organismes.

## 6.1 Macrosystèmes cognitifs

Il faudrait connaître les raisons pour lesquelles les systèmes nerveux des espèces animales sont apparus lors de l'évolution, et en quoi cela procurait un avantage aux espèces pour qu'elles le conservent et l'améliorent. On retiendra seulement qu'un organisme doit s'adapter aux contraintes imposées par l'environnement afin de rester vivants le temps de transmettre ses gènes à ses descendants, en percevant cet environnement et en le reconnaissant par le biais de "métaphores" avec ce que j'appellerai des "régulons conceptuels".

Pour cela, on réduit un organisme vivant à un système cognitif dont les variables sont décrites par des "états sensori-moteurs".

Si nous n'avons pas encore de lumières sur la localisation éventuelle de la mémoire, par exemple, c'est qu'on ne la cherche peut-être pas là où elle

pourrait être, en privilégiant trop un point de vue statique tendant à la localiser dans des sortes de tiroirs de classeurs ou des adresses de mémoires d'ordinateurs.

Je proposerai une vue dynamique fort spéculative où l'information mémorisée ne serait pas stockée, mais serait formée de circuits de neurotransmetteurs dans les synapses du cerveau, chaque circuit en déclenchant d'autres. Sous cette hypothèse, les concepts sont représentés par des sortes de "trains" de neurotransmetteurs qui circulent en même temps et en tous sens dans les neurones du cerveau, aiguillés dans les synapses, dont les wagons ne cessent d'être accrochés ou détachés<sup>7</sup>. Ce sont de tels circuits **endogènes** codant l'information qui serviront de régulateurs du macrosystème cognitif, que je suggère d'appeler **régulateurs conceptuels**. Ces régulateurs conceptuels ne sont pas génétiquement programmés, mais acquis par apprentissage et mémorisés.

L'objectif de cette activité cérébrale endogène est "d'interpréter" la perception sensorielle de l'environnement.

Mais alors on doit pour cela supposer l'existence d'un **mécanisme de reconnaissance** dont l'évolution est (génétiquement) programmée. Ce mécanisme de reconnaissance a pour fonction de **sélectionner** des métaphores entre l'état de l'environnement et les régulateurs conceptuels, en comparant à chaque instant la perception sensorielle de l'environnement et de ses variations avec les régulateurs conceptuels disponibles.

Au cours de leur évolution phylogénétique, les systèmes nerveux ont en effet créé des mécanismes qui transmettent les informations recueillies sur les besoins de l'organisme et sur les événements qui surviennent dans l'environnement et les transforment par une activité cérébrale ou bien en plaisir ou en peine. Ils sont très souvent régulés par les hormones (système endocrinien). Ces systèmes sont appelés par les psychologues **systèmes motivationnels**.

Il semble fort probable que certaines composantes de ce mécanisme (qui

---

<sup>7</sup>On conçoit alors la difficulté des linguistes partisans de grammaires génératives, ou, mieux encore, de grammaires fondées sur des bases biologiques. Ils ont à projeter en quelque sorte une telle structure dynamique complexe sur une structure linéaire, où les mots se suivent les uns après les autres. Toute proportion gardée, les linguistes doivent devenir des cartographes qui projettent routes et chemins d'une sphère sur une surface plane. Il y a certes plusieurs façons de procéder, comme chacun sait, mais aucune n'est arbitraire. Ils doivent éviter les écueils qu'ont rencontrés les trop logiques inventeurs de l'espéranto et autres volapük et les spécialistes des langages informatiques.

obéissent aux mécanismes biochimiques) sont **périodiques** avec différentes périodes se chevauchant, comme le proposent les chronobiologistes. Ces composantes sont les nombreuses horloges biologiques participant au maintien des équilibres homéostatiques de l'organisme. D'autres composantes du mécanisme de reconnaissance ne sont pas périodiques, mais sont actives seulement pendant une certaine période. Ceci peut être illustré par le phénomène de l'“**empreinte**” en éthologie.

Nous pouvons enfin décomposer en deux les lois qui gouvernent l'évolution à la fois de l'état du macrosystème cognitif et de son régulon conceptuel :

- *une loi d'action*, qui gouverne l'évolution de l'environnement provoquée par l'action de l'organisme (qui se mêle à une évolution endogène)
- *une loi de perception*, qui régit l'évolution de l'activité cérébrale motrice en fonction de la perception sensorielle de l'environnement et de ses variations et du régulon conceptuel.

Les rétroactions fournies par la théorie de la viabilité s'interprètent alors comme les **lois d'apprentissage adaptatif** associant à tout état sensori-moteur l'ensemble des régulons conceptuels permettant à l'organisme de s'adapter aux contraintes de viabilité

## 6.2 Macrosystèmes culturels

Les états d'un macrosystème culturel qui décrit un groupe social (humain) sont les états psychologiques des individus ou **acteurs** qui le composent, que je qualifierai pour simplifier **d'humeurs**, qu'elles soient coopératives ou non.

Selon leurs humeurs, les acteurs **agissent** sur l'environnement, par le truchement de leurs **comportements**, entendus ici comme des **lois entrée-sortie** qui prescrivent comment les individus agissent sur les divers milieux de l'environnement.

Selon l'état de son humeur, chaque acteur agit sur les autres en obéissant à des lois comportementales par des actions diverses, allant d'actions amicales à des actes agressifs. Il n'est plus nécessaire d'agir physiquement pour influencer autrui, il devient suffisant de parler pour convaincre.

Comme tout cerveau humain a la capacité **de croire et d'obéir à ce qu'on appellera des régulons culturels**, formés de mythes et de lois (tu croiras en un seul Dieu, tu ne tueras pas ...), les humeurs des acteurs varient en fonction de **codes culturels**, qui jouent le rôle de **régulons** de ce macrosystème.

Cette faculté de croire et d'obéir à des codes culturels est analogue à celle qui suppose que tout cerveau humain a la faculté d'apprendre la langue maternelle fournie par l'environnement culturel de l'acteur.

L'existence d'une société dépend donc de l'adhésion de ses membres aux valeurs communes et du maintien d'un ordre entre ses acteurs. Le consensus sur la perception du monde extérieur détermine ce que j'ai convenu d'appeler la *réalité* pour les membres de cette société.

En résumé un groupe social (ou une société) est ici un ensemble d'individus dont les humeurs évoluent selon une loi non déterministe, en fonction de "régulons culturels" auxquels ils ont la capacité de croire et d'obéir.

La loi de régulation indique dans le cas de ces macrosystèmes comment évoluent les régulons culturels en fonction des humeurs des individus d'un groupe social de façon à maintenir une organisation nécessaire à sa survie.

Là encore, à un niveau d'abstraction élevé, que l'on pourrait qualifier de sociogénèse, on observe la validité du principe d'inertie, qui se manifeste par une très grande stabilité des régulons culturels, et la rapidité des conversions à de nouveaux régulons lorsque les anciens ont cessé d'assurer leur fonction de viabilité.

C'est cette lenteur même avec laquelle évoluent les régulons culturels qui permet de dégager des "structures" pérennes.

Le principe d'inertie peut contribuer en effet à expliquer les passages brutaux d'un macrosystème culturel à un autre, la rapidité des conversions d'une idéologie disparue à une autre. Un code culturel aide à maintenir en vie un groupe social en incitant ses membres à s'y conformer afin de ne pas (trop) s'entretuer, par exemple. Aucun acteur convenablement identifié n'ayant le pouvoir de faire évoluer ces codes, ces derniers ont tendance à respecter le principe d'inertie. Ils n'évoluent que lorsque les membres du groupe ne respectant plus ces codes sont suffisamment nombreux pour mettre en cause la survie de ce groupe. C'est alors que s'instaure, et durablement, tout autre code culturel disponible qui permet la cohésion du groupe, attire des adeptes de plus en plus nombreux, fait lever des vocations, encourage des prosélytes d'autant plus convaincus que leur conversion est récente. Et ceci jusqu'à ce qu'à son tour, ce code ne garantisse plus un consensus suffisant.

### **6.3 Macrosystèmes économiques**

Il y a économie là où il y a rareté de biens confrontée à un désir.

Désir créé par le besoin de survie biologique, présente et future, pour combattre la faim, la soif et les intempéries, pour assurer sa descendance. Désir motivé par la concupiscence : est désirable tout bien désiré par autrui, indépendamment de tout besoin physiologique. Désir basé sur le prestige, pour projeter chez autrui une image que l'on croit séduisante ou imposante. Désir, moteur de l'évolution économique, bridé par les contraintes de rareté, réelles ou perçues, physiques ou fiduciaires. Désir qui va bien au delà des besoins, car il s'avère impossible de déterminer les limites des "vrais besoins", ou plutôt, les limites à la satisfaction de ces besoins par de nouveaux produits.

Le problème de base de l'économie est le partage de biens (ou de services) rares entre agents économiques, biens qui seront supposés ici déjà produits et distribués. Ces biens et services constituent donc les états d'un macrosystème économique.

Dès que le nombre de biens s'accroît, il n'est plus possible de comparer les biens deux à deux, de procéder par troc dans les mécanismes d'échange. Alors s'est fait jour l'idée simple de choisir un bien, appelé **numéraire**, auquel sont comparés tous les autres.

Le choix d'un numéraire est une **construction intellectuelle et sociale**, qui procède de l'abstraction d'une part et du consensus (qui, ici, se manifeste sous la forme de la **confiance**) d'autre part. **Abstraction qui consiste à comparer deux biens à un troisième** qui dès lors perdra son caractère de bien consommable pour ne garder que celui de terme de l'échange. En se renforçant au cours du temps, ce consensus sur le choix d'un numéraire le transforme en un **bien fiduciaire**.

La comparaison entre un bien et le numéraire se fait par l'intermédiaire d'un prix, qui associe à tout bien sa valeur exprimée en unités de numéraire. Le **système de prix est ici un régulon**, qui résume pour les consommateurs ce qu'ils ignorent — c'est-à-dire l'ensemble des ressources rares qu'ils doivent se partager et les désirs des autres consommateurs — afin de les aider à faire leur choix. C'est un régulon, car aucun des consommateurs n'a seul le pouvoir d'agir directement sur l'ensemble de tous les prix. La rétroaction fournie par la théorie de la viabilité s'interprète alors comme une loi de l'offre et de la demande, procurant une métaphore de la *main invisible* d'Adam Smith, ou, en termes contemporains, de *Marché*.

Voici donc résumés en langage de tous les jours les principaux résultats de la théorie de la viabilité démontrés à ce jour susceptibles de fournir un cadre conceptuel à ceux qui étudient l'évolution contingente de tel ou tel

macrosystème. Une fois la brèche ouverte, l'exploration des problèmes de viabilité peut se poursuivre dans de nombreuses directions. Ces divers chemins sont loin d'avoir été parcourus, et de nombreuses autres pistes n'ont pas été débroussaillées.

Naturellement, la confrontation de ces notions apportera de nouvelles frustrations qui à leur tour motiveront d'autres études.

Pour l'instant, la moisson peut sembler modeste et décevante. Elle l'est certainement pour les impatients qui comme moi sont en permanence irrités par la lenteur des progrès et la difficulté de tous les problèmes qui restent à résoudre, alors que l'on aimerait tant passer à autre chose.

## 7 Encadré : Genèse de la théorie de la viabilité

Comme toujours, il y eut beaucoup de tâtonnements pour défricher de nouvelles pistes avant de trouver les bonnes. Les premières qui furent frayées dans des cas particuliers conduisirent à formuler à la fin des années 1970 le type d'énoncé du théorème de viabilité qui répondait à la question que nous ne savions pas poser. Une fois dégagée la caractérisation de la propriété de viabilité et constaté qu'elle était effectivement intuitive, il devenait plus facile de forger les techniques adéquates. Le hasard contingent qui préside à l'évolution des idées a conduit à cette époque le mathématicien italien Arrigo Cellina à l'Université de Paris-Dauphine. Il nous a initié aux **inclusions différentielles** — ces outils à l'aide desquels j'avais choisi de prendre en compte le hasard contingent — qu'il était l'un des rares à connaître de ce côté-ci du rideau de fer.

Comme toujours, il n'y a pas de conditions initiales dans l'histoire des idées. S'il faut malgré tout choisir un début à cette histoire, il était une fois un mathématicien, George Bouligand, qui dans les années trente introduisit un nouveau concept de direction tangente permettant d'implanter mathématiquement la notion de tangence dans le cas de n'importe quel ensemble et donc de vitesse tangente dans n'importe quelle situation. Si depuis lors de multiples autres tentatives différentes de traduire mathématiquement l'idée de tangence ont été proposées, il s'avère que ce fut la première qui fut la bonne, au sens où c'est grâce à elle que l'on démontre le plus de théorèmes fondamentaux.

Marchaud et Zaremba, deux élèves de Bouligand, ont au début des années trente été les premiers à étudier les **inclusions différentielles**, grâce à ce nouveau concept de direction tangente. Mais ces travaux, poursuivis pour leur seul intérêt mathématique, sont venus trop tôt, longtemps avant que d'autres mathématiciens s'y intéressent, et sont donc passés inaperçus et oubliés.

Ce n'est que dans les années 50 que Ważewski, qui créa l'école de Cracovie, fit le lien entre la théorie de la commande (dont l'informa à l'époque C. Olech) et les inclusions différentielles qu'il connaissait par les travaux de Zaremba. Il contribua, en même temps que le mathématicien russe A.F. Filippov à démontrer dans les années 60 les principaux théorèmes adaptant aux inclusions différentielles les résultats connus concernant les équations

différentielles. Il fallut cependant attendre près de trente ans pour que son usage commence à diffuser auprès de certains automaticiens.

En ce qui concerne la viabilité, c'est-à-dire le problème de rendre compatible l'évolution avec des contraintes portant sur l'état du système, c'est le mathématicien japonais Nagumo qui a démontré le premier théorème dans le cas des équations différentielles en 1942, dans un article rédigé en allemand, ce qui n'a pas contribué à son succès ! Entre cette date et 1968, il a été redécouvert au moins 14 fois, dans des versions voisines et pour des besoins mathématiques différents. La situation était donc mûre pour que ce problème cesse d'être confidentiel.

Le théorème de viabilité pour les inclusions différentielles a été démontré par Bebernes et Schuur dans les années 70, sans qu'il attire l'attention de quiconque, au point que ce théorème a lui aussi été redécouvert entre temps à plusieurs reprises quelques années après. Ce théorème général a été démontré par Georges Haddad dans la formulation décrite ci-dessus au début des années 80. Il a été ensuite adapté au cas des équations différentielles stochastiques par Giuseppe Da Prato de la Scuola Normale di Pisa et l'auteur.

Depuis lors quelques spécialistes de la théorie du contrôle, parmi lesquels figurent les chercheurs du groupe **Viabilité et Contrôle** du CEREMADE (Centre de Recherches de Mathématiques de la Décision) de l'Université de Paris-Dauphine, ont été conduits à utiliser et à développer l'analyse multivoque, les inclusions différentielles et la théorie de la viabilité.

La nécessité de postuler le principe d'inertie et l'idée d'évolution lourde se sont imposées très tôt, avant qu'apparaissent les outils mathématiques qui ont permis d'avancer dans cette direction, avant que le concept d'équilibre ponctué d'Eldredge et Gould arrive à notre connaissance, avant la lecture du livre *Tout empire périra* de J.-B. Duroselle qui se terminait sur des exemples de telles évolutions en histoire. Les premiers travaux sur ce sujet en collaboration avec Hélène Frankowska (qui a débuté ses recherches sous la direction de C. Olech) datent de 1983 et sont à l'origine de la découverte du calcul différentiel des applications multivoques. Ce dernier, pierre angulaire de l'analyse multivoque, a depuis pris son essor autonome<sup>8</sup> et est de plus en plus utilisé dans divers domaines des mathématiques.

Après bien des détours, c'est surtout le concept de **noyau de viabilité**,

---

<sup>8</sup>grâce aux travaux d'Hélène Frankowska, en particulier ceux qui concernent les théorèmes des fonctions inverses, qui font l'objet de l'ouvrage *Set-Valued Analysis*.

dégagé en 1984, qui a permis d'apporter les premières réponses aux questions posées par l'évolution lourde. Il s'est avéré être jusqu'à présent l'outil le plus efficace de la panoplie des théorèmes de viabilité pour résoudre un grand nombre de questions, et en particulier celui de **permanence** introduit par les bio-mathématiciens autrichiens Karl Sigmund et Josef Hofbauer. Des programmes informatiques conçus depuis 1990 par Hélène Frankowska, Philippe Lacoude, Marc Quincampoix, Patrick Saint-Pierre et leurs élèves permettent de le calculer numériquement.

Il a fallu ensuite se préoccuper de l'évolution endogène des ensembles contraints, et de répondre à la question de gouverner l'évolution des ensembles de la même façon que les équations différentielles régissent l'évolution des vecteurs. Ceci a été fait dans le cadre des **équations mutationnelles** et de la **morphologie mathématique** par Luc Doyen, Anne Gorre, Juliette Mattioli et Laurent Najman<sup>9</sup>.

Plusieurs théorèmes de viabilité ont été utilisés comme outils mathématiques pour résoudre des problèmes pour lesquels ils n'ont pas été conçus au départ. C'est en particulier le cas de la théorie du contrôle optimal<sup>10</sup> des systèmes non linéaires. Il en est de même pour répondre à des questions posées il y a un siècle par Liapounov pour étudier la stabilité, pour concevoir de nouveaux algorithmes de minimisation de fonctions et de recherche d'équilibres, ou encore pour aborder l'**automatique floue**.

Marc Quincampoix et Pierre Cardaliaguet ont utilisé ces idées en théorie des jeux dynamiques, faisant le lien avec des concepts développés en France par Pierre Bernhard et des points de vue voisins développés en Russie par l'école de Sverdlovsk-Ekaterinbourg autour de Krasovski et de Kurzanski. En théorie des jeux dynamiques, le concept de trajectoire lourde fait place à celui de "cascades" étudiées en ce moment par Katharina Müllers, où les régulateurs des différents joueurs sont choisis selon leur plus ou moins grande inertie. Olivier Dordan a utilisé ces concepts pour étudier qualitativement les systèmes dynamiques et concevoir des algorithmes de physique qualitative<sup>11</sup> et Nicolas Seube pour piloter des systèmes contrôlés à l'aide de réseaux de neurones. Le cas où les contraintes dépendent du temps a été résolu avec

---

<sup>9</sup>qui seront exposés dans l'ouvrage *Mutational and morphological analysis: tools for shape regulation* de Jean-Pierre Aubin (1997) Birkhäuser.

<sup>10</sup>Voir à ce sujet la monographie, *Control of nonlinear systems and differential inclusions* de Hélène Frankowska à paraître chez Birkhäuser.

<sup>11</sup>Voir l'ouvrage *Physique qualitative* d'Olivier Dordan, (1995), Masson.

succès par H. Frankowska en France, S. Plackacz, T. Rzeżuchowski en Pologne et P. Tallos en Hongrie, celui des contraintes d'inégalité par Nina Maderner en Autriche, l'adaptation de la théorie de la viabilité au cas des équations de diffusion-réaction a été conduite en Chine par Shi Shuzhong et ses élèves, la prise en compte des retards, du cumul des conséquences héritées du passé par Rémi Duluc et Christine Vigneron, d'autres méthodes de sélection de solutions ont été proposées par W. Krivan en République Tchèque.